Die waagrechte Asymptote

Unter dem Grad des Zählers/Nenners versteht man die höchste Potenz im Zähler/Nenner

<table>
<tr>
<td>1. Fall: Grad des Zählers < Grad des Nenners</td>
<td>2. Fall: Grad des Zählers = Grad des Nenners</td>
<td>3. Fall: Grad des Zählers > Grad des Nenners</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = $\frac{1}{x-2}$</td>
<td>f(x) = $\frac{4x+2}{2x-2}$</td>
<td>f(x) = $\frac{(x-1)^2+2}{x-1} = \frac{x^2-2x+3}{x-1}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Hier ist der Grad des Zählers gleich 0 und der G.d.N. gleich 1 ==> x-Achse ist die waagrechte Asymptote

Anderes Beispiel: f(x) = $\frac{x}{x^2-2x}$
Hier ist der G.d.Z. gleich 1 und der G.d.N. gleich 2 ==> x-Achse ist die waagrechte Asymptote</td>
<td>Da G.d.Z. = G.d.N. hat f(x) eine waagrechte Asymptote. Nur ist noch nicht klar, auf welcher „Höhe“ (y = ?) die sich befindet. Dazu klammert man das x mit der höchsten Potenz (hier einfach nur x) aus.

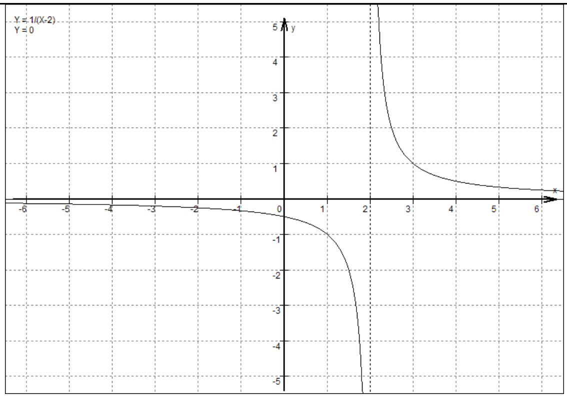
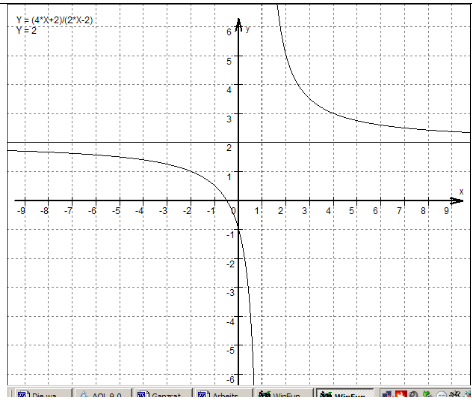
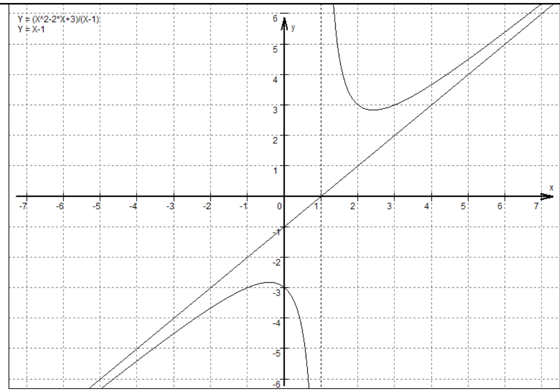
f(x) = $\frac{4x+2}{2x-2} = \frac{x(4+\frac{2}{x})}{x(2-\frac{2}{x})} = \frac{4+\frac{2}{x}}{2-\frac{2}{x}}$
Nun die Grenzwertbestimmung für $\pm\infty$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{4+0}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$

Also waagrechte Asymptote bei y = 2</td>
<td>Da G.d.Z. > G.d.N. hat f(x) eine schräge Asymptote, wenn der G.d.Z. um genau eins größer ist als der G.d.N. Ist der G.d.Z. um mehr als 1 größer als der G.d.N. spricht man von einer Grenzfunktion. Rechnung ist bei beiden Fällen gleich.

Polynomdivision:

f(x) = $\frac{x^2-2x+3}{x-1}$

x²-2x +3 : (x-1) = x-1 + $\frac{2}{x-1}$
-(x²-1x)
-1x +3
-(-1x+1)
2
Also y = x-1 die Gleichung der Asymptoten, da dies der unecht gebrochene Anteil ist.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>